

Guía para el examen de clasificación de matemáticas para las carreras de: actuaría, economía, ingenierías y matemáticas aplicadas.

Septiembre 2003

Índice

| | |
|---|----------|
| 1. Instrucciones | 1 |
| 1.1. Objetivo | 1 |
| 1.2. Requisitos | 1 |
| 1.3. Características del examen | 2 |
| 1.4. Calificación | 2 |
| 1.5. Temario | 2 |
| 1.6. Bibliografía | 4 |
| 2. Examen | 5 |
| 2.1. Preguntas | 5 |
| 2.2. Solución | 16 |

1. Instrucciones

1.1. Objetivo

El examen de clasificación de matemáticas tiene como finalidad determinar si el estudiante posee los conocimientos indispensables para iniciar el programa de matemáticas de la carrera de su elección.

1.2. Requisitos

Para inscribirse al examen de clasificación es necesario ser alumno admitido al ITAM.

El alumno que se inscriba al examen de clasificación de matemáticas y no lo presente se considerará como no aprobado.

El alumno sólo se podrá inscribir al examen de clasificación de matemáticas si no ha sido alumno inscrito o no ha cursado la materia Introducción a las Matemáticas Superiores.

1.3. Características del examen

El examen de clasificación es de opción múltiple y se contesta en hojas ópticas que son leídas automáticamente para calificarse por computadora. Por ello se requiere utilizar lápiz del número 2, traer goma suave y conocer su número de folio. Leer con cuidado las instrucciones en la hoja óptica.

El examen se divide en dos partes. La primera consiste de 30 preguntas de álgebra elemental, trigonometría, geometría analítica y conceptos de funciones. La segunda consiste de 10 preguntas sobre desigualdades, desigualdades con valor absoluto, dominios de funciones, desigualdades para calcular dominios y composición de funciones hasta composición de funciones definidas por partes.

1.4. Calificación

Para pasar el examen es necesario aprobar las dos partes. La calificación del examen se obtiene sumando un punto por cada pregunta bien contestada y restando 0,25 por cada pregunta mal contestada. Para aprobar el examen es necesario que el alumno obtenga 18 puntos en la primera parte y 6 en la segunda parte.

1.5. Temario

1. FUNDAMENTOS

- a) Conjuntos y subconjuntos. Nomenclatura y notación. Operaciones con conjuntos.
- b) Propiedades algebraicas de los números reales.
- c) Orden. Intervalos y valor absoluto.
- d) Expresiones algebraicas. Factorización. Expresiones fraccionarias.
- e) Exponentes y radicales.
- f) Ecuaciones. Soluciones. Ecuaciones equivalentes.
- g) Ecuaciones lineales. Ecuaciones cuadráticas. Otras ecuaciones: fracciones, valor absoluto. . .
- h) Aplicaciones de ecuaciones.
- i) Desigualdades. Soluciones. Desigualdades equivalentes.
- j) Desigualdades lineales y cuadráticas. Otras desigualdades: fracciones, valor absoluto. . .

2. COORDENADAS RECTANGULARES Y GRAFICAS

- a) El plano cartesiano. Coordenadas y distancia entre puntos
- b) Conjuntos de puntos: Curvas y regiones. Segmentos, triángulos. . .
- c) Gráficas de ecuaciones. Intercepciones, simetrías

- d)* Algunas gráficas famosas: Círculos, parábolas, hipérbolas. . .
- e)* Solución gráfica de ecuaciones y desigualdades
- f)* Rectas. Pendiente e intercepciones. Ecuación general.
- g)* Caracterización de rectas: punto - pendiente, dos puntos. . .
- h)* Rectas paralelas y perpendiculares.
- i)* Otros tópicos de rectas: Ecuaciones simultáneas, regiones definidas por desigualdades, . . .

3. FUNCIONES

- a)* El concepto de función. Terminología y notación.
- b)* Variable dependiente e independiente. Dominio y rango.
- c)* Pares ordenados. Gráficas de funciones
- d)* Información gráfica: funciones crecientes, extremos, paridad. . .
- e)* Algunas funciones importantes: lineales, cuadráticas, potencias, cocientes, raíces. . .
- f)* Funciones definidas por tramos. Función valor absoluto, máximo entero. . .
- g)* Transformaciones elementales de funciones: traslaciones, dilataciones, reflexiones.
- h)* Operaciones con funciones: sumas, productos y cocientes.
- i)* Composición de funciones. Funciones uno a uno e inversas
- j)* Aplicación de funciones. Modelación.
- k)* Clasificación de funciones: funciones polinomiales, funciones racionales, funciones algebraicas, funciones trascendentes.

4. FUNCIONES POLINOMIALES Y RACIONALES

- a)* Funciones polinomiales y sus gráficas. Notación y terminología.
- b)* Ceros, extremos, comportamiento asintótico.
- c)* Raíces y factores lineales. División sintética.
- d)* Tópicos adicionales: Complejos, Teoremas de factor y residuo. Localización de raíces. . .
- e)* Funciones racionales y sus gráficas.
- f)* Asíntotas verticales y horizontales.
- g)* Rectas asintóticas.

5. FUNCIONES TRASCENDENTES

- a)* Ángulos dirigidos. Medida de ángulos en radianes y en grados.

- b) Funciones trigonométricas en triángulos rectángulos. Tangente y pendiente.
- c) Definición de las funciones trigonométricas en el círculo unitario.
- d) Propiedades básicas de Seno y Coseno. Periodicidad, paridad.
- e) Otras funciones trigonométricas: tangente, cotangente, secante, cosecante.
- f) Valores de las funciones trigonométricas en ángulos especiales.
- g) Identidades trigonométricas fundamentales. Suma, doble ángulo. Relaciones pitagóricas.
- h) Problemas de aplicación.
- i) Tópicos adicionales: Leyes de senos y cosenos, inversas.

1.6. Bibliografía

■ PRECÁLCULO

Stewart, James; Redlin, Lothar y Watson, Saleem
Primera Edición en español
International Thomson

■ ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA

Swokowski and Cole
Novena Edición
International Thomson

2. Examen

2.1. Preguntas

EXAMEN DE CLASIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS PARA
ESTUDIANTES DE LAS CARRERAS DE ACTUARÍA,
ECONOMÍA,
INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN, INGENIERÍA EN
TELEMÁTICA Y MATEMÁTICAS
(2002-II)

TIPO DE EXAMEN: A

Llene con cuidado el encabezado de la **hoja de respuestas**, cuidando no doblarla, es **importante poner el número de folio y el tipo de examen**.

Lea con cuidado los enunciados de las preguntas, puede hacer las operaciones sobre la carátula o sobre las hojas que se adjuntan.

El examen se divide en dos partes. La primera consiste de 20 preguntas. La segunda consiste de 10 preguntas.

Para pasar el examen es necesario aprobar las dos partes. La calificación del examen se obtiene sumando un punto por cada pregunta bien contestada y restando 0,25 por cada pregunta mal contestada. Para aprobar el examen es necesario que el alumno obtenga 18 puntos en la primera parte y 6 en la segunda parte.

PRIMERA PARTE

1. Al simplificar la expresión $\left(\frac{729a^{12}x^9}{x^6y^3}\right)^{-\frac{1}{3}}$ se obtiene:

a) $\frac{y}{9a^4x}$ b) $\frac{-9a^4}{xy}$ c) $\frac{-9xy}{a^4}$ d) $\frac{a^4y}{9x}$

2. El factor común de la expresión $20u^2x^2y + 8u^2y + 24u^2$ es

a) $4u^2$ b) u^2 c) 4 d) $4u$

3. Al simplificar completamente la expresión:

$$\frac{\frac{a^4x^2 - 16}{x^2 - 2x - 3}}{\frac{a^2x + 4}{x^2 - x - 6}}$$

se obtiene:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{(a^2x - 4)(x + 2)}{(x + 1)} & \text{b)} \frac{(a^2x + 4)(x - 2)}{(x + 1)} \\ \text{c)} \frac{(a^2x + 4)(x - 2)}{(x - 1)} & \text{d)} \frac{(a^2x - 4)(x - 2)}{(x + 1)} \end{array}$$

4. Al factorizar completamente $x^2 - 4x + 4 - 4y^6$ la expresión se obtiene

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (x + 2 + 2y^3)(x + 2 + 2y^3) & \text{b)} (x + 2 + 2y^3)(x - 2 - 2y^3) \\ \text{c)} (x - 2 + 2y^3)(x - 2 + 2y^3) & \text{d)} (x - 2 - 2y^3)(x - 2 + 2y^3) \end{array}$$

5. Los valores $x = 5$ y $x = 1$ son soluciones de la ecuación

$$\begin{array}{ll} \text{a)} x^2 + 6x + 5 = 0 & \text{b)} |2x - 6| = 4 \\ \text{c)} |2x + 6| = 4 & \text{d)} x^2 - 4x - 5 = 0 \end{array}$$

6. Al factorizar la expresión $x^3y^3 - a^3$ se obtiene como uno de los factores a

$$\begin{array}{ll} \text{a)} xy + a & \text{b)} x^2y^2 - axy + a^2 \\ \text{c)} x^2y^2 + axy + a^2 & \text{d)} -a - xy \end{array}$$

7. La solución de la ecuación $\frac{1}{A} = 9 \left(\frac{1}{B} + \frac{1}{C} \right)$ para C es

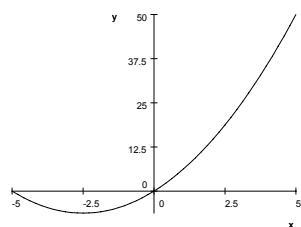
$$\text{a)} \frac{9AB}{-B + 9A} \quad \text{b)} \frac{-9AB}{B + 9A} \quad \text{c)} \frac{-9AB}{9A + B} \quad \text{d)} \frac{9AB}{B - 9A}$$

8. Para la ecuación $\sqrt{2x + 87} + x = 6$ el valor $x = -3$

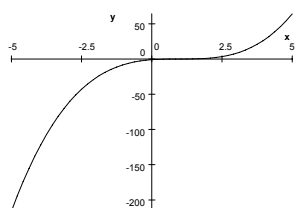
- Es la única solución
- Es una de las dos soluciones, la otra es $x = 17$.
- Tiene las mismas soluciones que $x^2 - 14x - 51 = 0$
- Tiene las mismas soluciones que $x^2 - 2x - 51 = 0$

9. De las siguientes gráficas la única que no es función es:

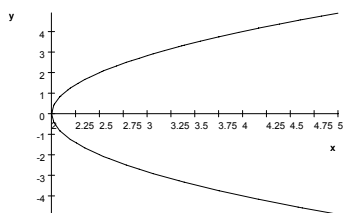
a)



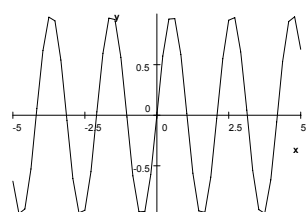
b)



c)



d)



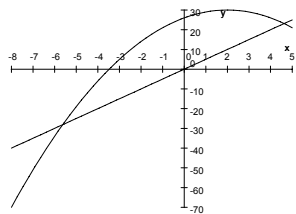
10. La gráfica que representa al sistema de ecuaciones

$$y = -(x - 2)^2 + 30$$

$$y = 5x$$

es

a)



b)

c)

d)

11. La suma de las soluciones del sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned}3x - 5y &= 2 \\ -x + 3y &= 1\end{aligned}$$

es

- a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) 4 d) -4

12. Las ecuaciones que representan al siguiente problema *Cuatro hamburguesas grandes con queso y dos malteadas de chocolate cuestan \$79,00. Las dos malteadas cuestan \$1,50 más que una hamburguesa. ¿Cuánto cuestan cada hamburguesa y cada malteada?* son

- a) $\begin{aligned}4x + 2y &= 79 \\ x + 2y &= 1,50\end{aligned}$ b) $\begin{aligned}4x + 2y &= 79 \\ -x + 2y &= 1,50\end{aligned}$
c) $\begin{aligned}4x + 2y &= 79 \\ x - 2y &= 1,50\end{aligned}$ d) $\begin{aligned}4x + 2y &= 79 \\ x + 2y &= -1,50\end{aligned}$

13. Una ecuación de segundo grado que tiene como raíces a -1 y 5 es

- a) $6(x + 1)(x - 5) = 0$ b) $6(x - 1)(x + 5) = 0$
c) $6(x - 1)(x - 5) = 0$ d) $6(x + 1)(x + 5) = 0$

14. Las soluciones del sistema de ecuaciones

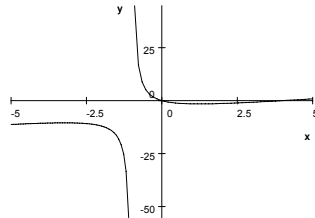
$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 10 \\ 3x - y &= 0\end{aligned}$$

son

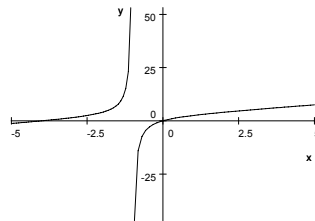
- a) $x = 5, y = 15; x = 2, y = 6$
b) $x = 5, y = 15; x = -2, y = -6$
c) $x = -5, y = -15; x = 2, y = 6$
d) $x = -5, y = -15; x = -2, y = -6$

15. La gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{x + 1}$ es

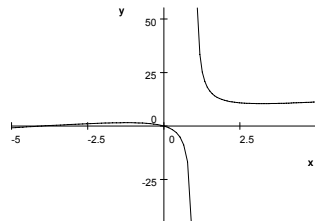
a)



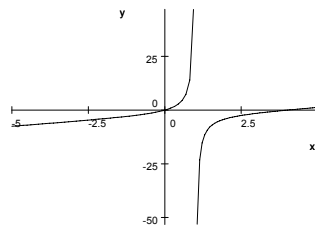
b)



c)



d)



16. La ecuación cuadrática para resolver la ecuación $2x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ es

a) $w^2 - 7w + 2 = 0$

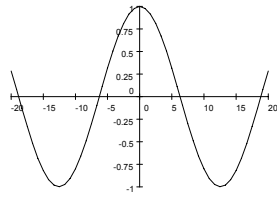
b) $2w^2 + 7w - 2 = 0$

c) $2w^2 - \frac{7}{2}w + 1 = 0$

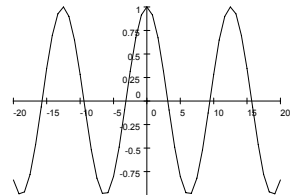
d) $w^2 - \frac{7}{2}w + 1 = 0$

17. La gráfica de $f(x) = \cos\left(\frac{x}{4}\right)$ es

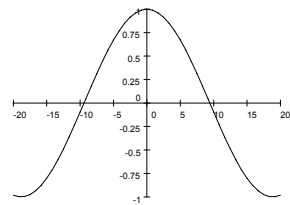
a)



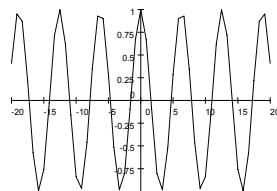
b)



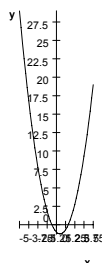
c)



d)



18. La gráfica



corresponde a la ecuación:

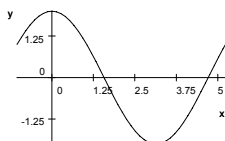
a) $y = x^2 - x - 1$

b) $y = x^2 - 1$

c) $y = x^2 + 1$

d) $y = (x - 1)^2$

19. La gráfica que se muestra es una función de la forma $f(x) = a \sin(bx + c)$.



Los valores de a , b y c son

a) $a = \frac{1}{2}, b = 0, c = \frac{\pi}{2}$

b) $a = \frac{1}{2}, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$

c) $a = 2, b = 0, c = \frac{\pi}{2}$

d) $a = 2, b = 1, c = \frac{\pi}{2}$

20. Encontrar las otras dos raíces del polinomio $-x^3 + 4x^2 - x - 6$ si cruza al eje X en -1

a) 2 y 3

a) -2 y -3

c) 2 y -3

d) -2 y 3

21. Los valores de A y B que hacen que la cuadrática

$$Bx^2 + By^2 - 16x + 12y + A = 0$$

sea la ecuación de una circunferencia con centro en $P_0(4, -3)$ y tenga radio 7 son

a) $B = 1, A = 49$

b) $B = 4, A = -48$

c) $B = -2, A = 1$

d) $B = 2, A = 1$.

22. La suma de las raíces racionales de $8x^3 - 44x^2 + 46x + 35$ es

a) $\frac{11}{2}$

b) $\frac{13}{2}$

c) $-\frac{11}{2}$

d) $-\frac{13}{2}$

23. En un triángulo rectángulo la longitud de la hipotenusa excede por 2 a la de uno de los catetos. Si el perímetro del triángulo es 12, las longitudes de los catetos son

- a) 4, 8 b) 3, 4 c) 8, 3 d) 9, 3.

24. La expresión

$$\sin^4(x) - \cos^4(x)$$

es equivalente a

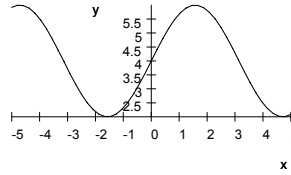
- a) $2 \sin^2(x) + 1$ b) $2 \cos^2(x) + 1$ c) $2 \sin^2(x) - 1$ d) $2 \cos^2(x) - 1$

25. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa

a) $\frac{1}{\sec^2(\theta)} = (1 + \sin(\theta))(1 - \sin(\theta))$ b) $(1 - \cos^2(\theta))(1 + \cot^2(\theta)) = 1$

c) $\cos(\theta) = \cos(-\theta)$ d) $\sin(\theta)(\sin(\theta) - \csc(\theta)) = \cos^2(\theta)$

26. La gráfica



corresponde a:

a) $f(x) = 4 \sin(x) + 2$ b) $f(x) = 2 \sin(x) + 4$

c) $f(x) = \sin(2x) + 4$ d) $f(x) = \sin(2x) + 2$

27. El conjunto solución de $|-2x + 3| > 7$ es

- a) $x < -2$ b) $(-2, 5)$ c) $x > 5$ d) $(-\infty, -2) \cup (5, \infty)$

28. Al simplificar y factorizar completamente la expresión

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$

se obtiene

a) $\frac{n(n+1)(2n+2)}{6}$ b) $\frac{(n+1)(2n+2)(n+2)}{6}$

c) $\frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$ d) $\frac{(n+1)(n+3)(2n+2)}{6}$

29. Si la función $f(x)$ esta definida como

$$f(x) = \frac{x+2}{x-2}$$

entonces $f(f(a))$ es

a) $\frac{a+2}{a-2}$ b) $-\frac{3a-2}{a-6}$ c) $\frac{a+2}{a-2} + 2$ d) $\frac{3a-2}{a-6}$

30. Si ℓ es la recta con ecuación $3x + 4y = 5$, la ecuación de la recta perpendicular ℓ' que corta al eje X en $x = -9$ es

a) $-4x + 3y = 36$ b) $3x - 4y = 36$ c) $4x - 3y = 27$ d) $4x + 3y = 36$

Segunda parte

1. El dominio de la función $y = |x - 2|$ es

a) $x > 2$ b) $x < 2$ c) $x = 2$ d) Todos los reales.

2. La imagen o rango de la función $y = 2x^2 + 5$ es

a) $\{y \in \mathbb{R} | y \geq 5\}$ b) $\{y \in \mathbb{R} | x > 5\}$
c) $\{y \in \mathbb{R} | x > 0\}$ d) $\{y \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$

3. El dominio de la función $y = \frac{x-2}{(x-1)(x+4)}$ es :

a) $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 1 \text{ y } x \neq -4\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} | x \neq -1 \text{ y } x \neq 4\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} | x = 1 \text{ y } x = -4\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} | x = 1 \text{ y } x \neq -4\}$

4. La imagen o rango de la función $y = 2 \cos(x)$ es

a) $-2 < x < 2$ b) $-2 \leq x \leq 2$
c) $-2 \leq y \leq 2$ d) $-2 < y < 2$

5. La función dada por la regla $f(x) = \frac{2x-1}{x+5}$

a) Tiene inversa porque es sobre. b) No tiene inversa porque es inyectiva.
c) No es función. d) Tiene inversa porque es inyectiva.

6. El conjunto solución de la desigualdad $\frac{x+2}{x^2-3x+2} > 0$ es,

- a) $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$ b) $(-\infty, 2)$
c) $(-2, 1) \cup (2, \infty)$ d) $(-2, 2)$

7. El conjunto solución de la desigualdad $\frac{\left|\frac{7}{3} - x\right|}{|4x+1|} \leq 8$ es

- a) $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup \left(-\frac{17}{99}, \infty\right)$ b) $\left[-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup \left[-\frac{17}{99}, \infty\right]$
c) $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup \left[-\frac{17}{99}, \infty\right]$ d) $\left[-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup \left(-\frac{17}{99}, \infty\right)$

8. El dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{|x-4|}{|2x-6|}}$$

es la solución de la desigualdad:

- a) $1 - \frac{|x-4|}{|2x-6|} \geq 0$ b) $1 - \frac{|x-4|}{|2x-6|} > 0$
c) $1 \leq \frac{|x-4|}{|2x-6|}$ d) $1 < \frac{|x-4|}{|2x-6|}$

9. Si $f(x) = \sqrt{x+3} - 2x$ y $g(x) = \sqrt{x}$ entonces la regla de $g \circ f$

- a) No existe b) $\sqrt{\sqrt{x+3} - 2x}$
c) $\sqrt{\sqrt{x+3} - 2x}$ d) $\sqrt{\sqrt{x+3}} - 2x$

10. La función composición $g \circ f$ de las funciones $f(x) = \begin{cases} |x+2| & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$,

$g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ tiene como dominio

- a) Todos los reales b) Los reales positivos
c) Los reales negativos d) Los reales menos el 0.

2.2. Solución

Primera parte

1. a
2. a
3. a
4. d
5. b
6. c
7. d
8. a
9. c
10. a
11. c
12. b
13. a
14. c
15. b
16. d
17. a
18. a
19. d
20. a
21. d
22. a
23. b
24. c
25. d
26. b

27. d

28. c

29. b

30. a

Segunda Parte

1. d

2. a

3. a

4. c

5. d

6. c

7. a

8. a

9. b

10. a